VI. Prädikatenlogik (Fortsetzung)

Prädikatenlogik, Mengentheorie

MARTIN-LUTHER-UNIVERSITÄT
HALLE-WITTENBERG

Sebastian Simmert, M.A.
Wissenschaftliche Hilfskraft

Lehrstuhl für Strafrecht und Rechtsphilosophie/
Rechtstheorie (Prof. Dr. Joachim Renzikowski)

Eine Menge ist eine Anzahl von unterschiedlichen Elementen, die aufgrund einer Eigenschaft ein Ganzes bilden.

Die ganze Menge wird in der Prädikatenlogik durch den Buchstaben „D“ ausgedrückt

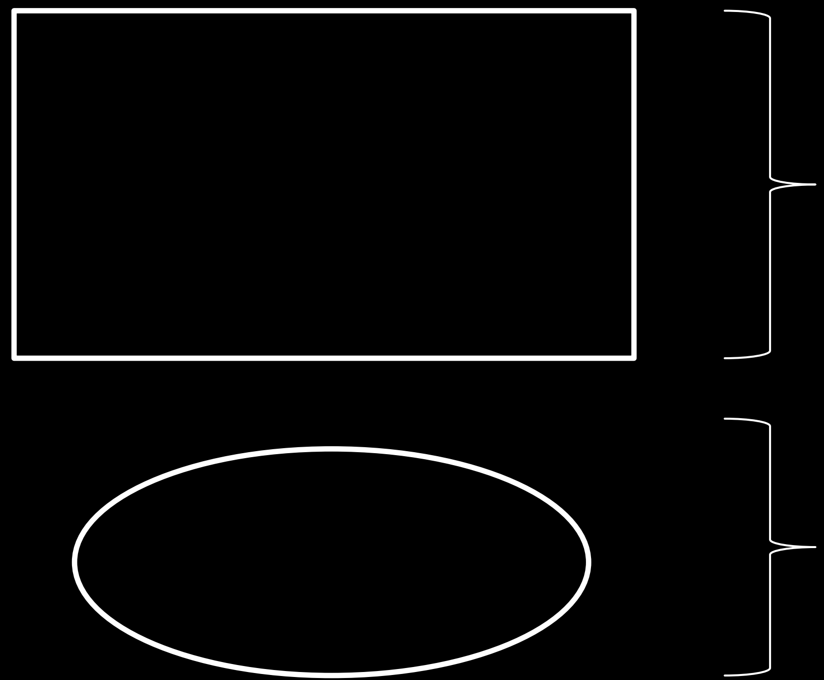
Prädikatenlogik, Mengentheorie

MARTIN-LUTHER-UNIVERSITÄT
HALLE-WITTENBERG

Sebastian Simmert, M.A.
Wissenschaftliche Hilfskraft

Lehrstuhl für Strafrecht und Rechtsphilosophie/
Rechtstheorie (Prof. Dr. Joachim Renzikowski)

Legende:



Definitionsbereich, die ganze Menge

Menge, die durch ein Prädikat erfasst ist

X

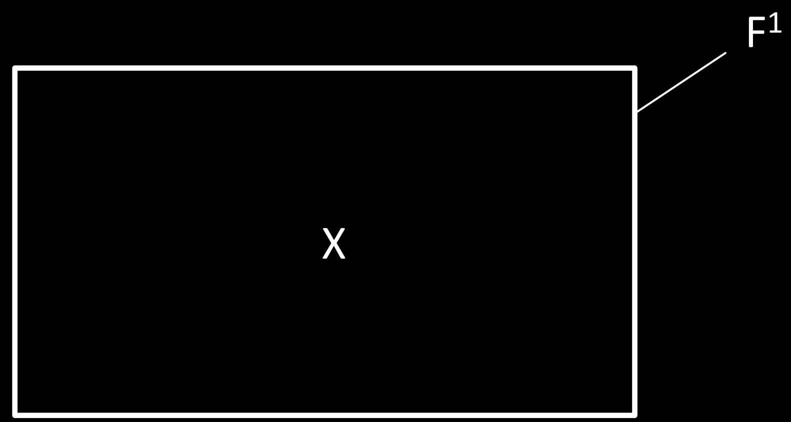
Ein Element in einer Menge

MARTIN-LUTHER-UNIVERSITÄT
HALLE-WITTENBERG
Sebastian Simmert, M.A.
Wissenschaftliche Hilfskraft
Lehrstuhl für Strafrecht und Rechtsphilosophie/
Rechtstheorie (Prof. Dr. Joachim Renzikowski)

Prädikatenlogik, Mengentheorie

Universale Aussage

$$\forall x F^1 x$$



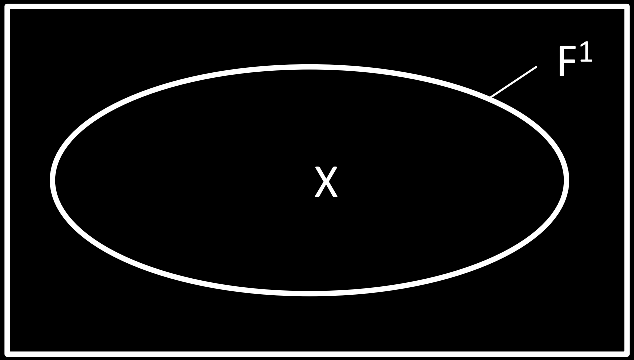
Alle Elemente, die x sind, sind durch das Prädikat F^1 erfasst

Prädikatenlogik, Mengentheorie

Sebastian Simmert, M.A.
Wissenschaftliche Hilfskraft
Lehrstuhl für Strafrecht und Rechtsphilosophie/
Rechtstheorie (Prof. Dr. Joachim Renzikowski)

Existenzaussage

$$\exists x F^1 x$$



Es gibt mindestens ein x, für das gilt, dass es durch das Prädikat F^1 erfasst ist.

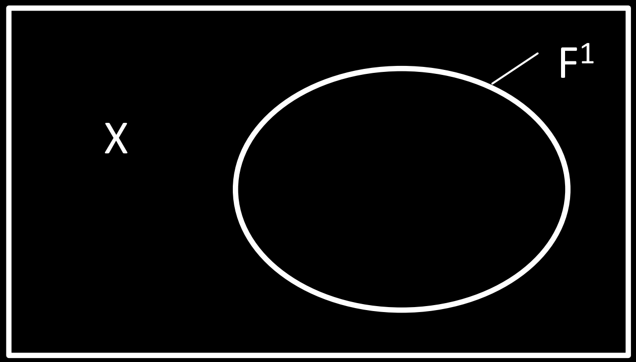
MARTIN-LUTHER-UNIVERSITÄT
HALLE-WITTENBERG

Sebastian Simmert, M.A.
Wissenschaftliche Hilfskraft

Lehrstuhl für Strafrecht und Rechtsphilosophie/
Rechtstheorie (Prof. Dr. Joachim Renzikowski)

negierte universale
Aussage

$$\neg\forall x F^1 x$$



Für nicht alle Elemente x gilt, dass sie durch das Prädikat F^1 erfasst sind.

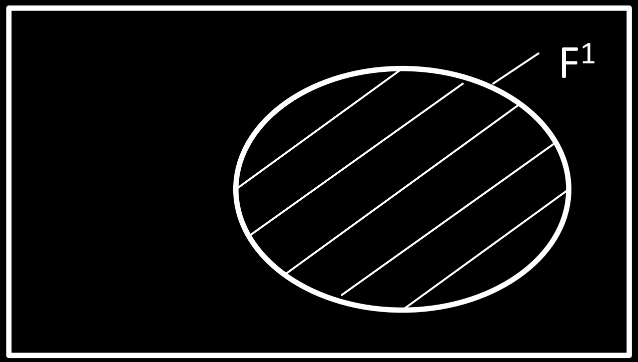
MARTIN-LUTHER-UNIVERSITÄT
HALLE-WITTENBERG

Sebastian Simmert, M.A.
Wissenschaftliche Hilfskraft

Lehrstuhl für Strafrecht und Rechtsphilosophie/
Rechtstheorie (Prof. Dr. Joachim Renzikowski)

negierte
Existenzaussage

$$\neg\exists x F^1 x$$



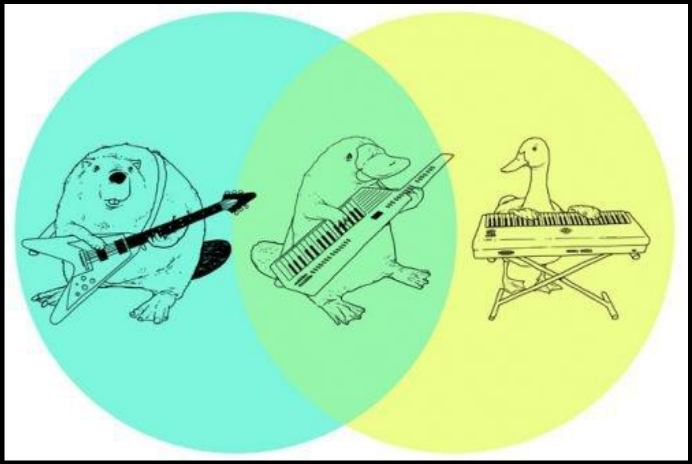
Es gibt kein Element x, dass durch das Prädikat F^1 erfasst ist.

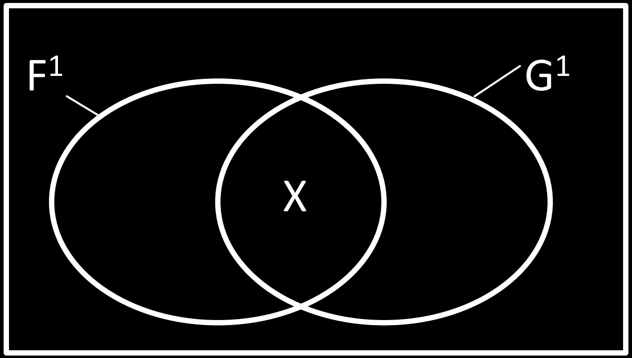
Sebastian Simmert, M.A.
Wissenschaftliche Hilfskraft
Lehrstuhl für Strafrecht und Rechtsphilosophie/
Rechtstheorie (Prof. Dr. Joachim Renzikowski)

Prädikatenlogik, Mengentheorie

Schnittmenge

$$\exists x(F^1x \wedge G^1x)$$



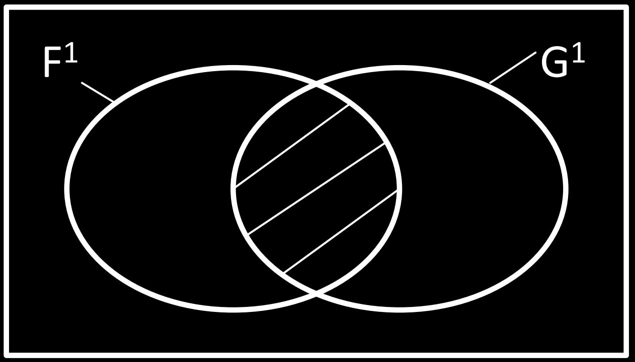


Es gibt mindestens ein Element x, dass durch die Prädikate F^1 und G^1 erfasst wird.

Sebastian Simmert, M.A.
Wissenschaftliche Hilfskraft
Lehrstuhl für Strafrecht und Rechtsphilosophie/
Rechtstheorie (Prof. Dr. Joachim Renzikowski)

Schnittmenge

$$\neg\exists x(F^1x \land G^1x)$$



Es gibt kein Element x, dass durch die Prädikate F^1 und G^1 erfasst wird.

Prädikatenlogik, Mengentheorie

Sebastian Simmert, M.A.
Wissenschaftliche Hilfskraft
Lehrstuhl für Strafrecht und Rechtsphilosophie/
Rechtstheorie (Prof. Dr. Joachim Renzikowski)

Beispiel:

„Wenn alle Menschen sterblich sind, dann haben Totengräber immer Arbeit."

D= die Menge aller Menschen

F^1 = …ist ein Mensch.

G^1 = … ist sterblich.

H^1 = … ist ein Totengräber.

I^1 = … hat immer Arbeit.

$$\forall x(F^1x \land G^1x) \rightarrow \forall y(H^1y \land I^1y)$$

Alternative: $\forall x(F^1x \land G^1x) \rightarrow \exists x(F^1x \land H^1x \land I^1x)$

Prädikatenlogik, Wahrheitsbaum

Sebastian Simmert, M.A.
Wissenschaftliche Hilfskraft
Lehrstuhl für Strafrecht und Rechtsphilosophie/
Rechtstheorie (Prof. Dr. Joachim Renzikowski)

Wie stellt man die logische Wahrheit fest in PL?

logische Wahrheit/Falschheit einer prädikatenlogischen Aussage wird indirekt festgestellt

zwei Methoden:

1. eine Interpretation, die widersprüchlich ist
2. durch die Widersprüchlichkeit einer Gegenannahme

Prädikatenlogik, Wahrheitsbaum

MARTIN-LUTHER-UNIVERSITÄT
HALLE-WITTENBERG

Sebastian Simmert, M.A.
Wissenschaftliche Hilfskraft

Lehrstuhl für Strafrecht und Rechtsphilosophie/
Rechtstheorie (Prof. Dr. Joachim Renzikowski)

Regeln zur Auflösung der Bestandteile einer Aussage nach der Wahrheitsbaummethode

(1) Doppelte Negation $\neg\neg A$

$$A$$

Beispiel: „x ist nicht nicht klug." = „x ist klug."

Sebastian Simmert, M.A.
Wissenschaftliche Hilfskraft

Lehrstuhl für Strafrecht und Rechtsphilosophie/
Rechtstheorie (Prof. Dr. Joachim Renzikowski)

Prädikatenlogik, Wahrheitsbaum

Regeln zur Auflösung der Bestandteile einer Aussage nach der Wahrheitsbaummethode

(2) Konjunktion $A \land \mathbf{B}$

A
B

Beispiel: „x ist klug und Jurist.“

Ist wahr genau dann, wenn der Fall ist, dass:

x klug ist
x Jurist ist

Sebastian Simmert, M.A.
Wissenschaftliche Hilfskraft
Lehrstuhl für Strafrecht und Rechtsphilosophie/
Rechtstheorie (Prof. Dr. Joachim Renzikowski)

Prädikatenlogik, Wahrheitsbaum

Regeln zur Auflösung der Bestandteile einer Aussage nach der Wahrheitsbaummethode

(3) Disjunktion

A ∨ **B**

A B

Beispiel:

„x ist klug oder Jurist."

x klug ist x Jurist ist

Ist wahr genau dann,
wenn der Fall ist, dass:

Sebastian Simmert, M.A.
Wissenschaftliche Hilfskraft
Lehrstuhl für Strafrecht und Rechtsphilosophie/
Rechtstheorie (Prof. Dr. Joachim Renzikowski)

Prädikatenlogik, Wahrheitsbaum

Regeln zur Auflösung der Bestandteile einer Aussage nach der Wahrheitsbaummethode

(4) Subjunktion

A → **B**

¬A   B

Beispiel:

„wenn x ist klug, dann ist x Jurist."

x ist nicht klug   x Jurist ist

Ist wahr genau dann,
wenn der Fall ist, dass:

Sebastian Simmert, M.A.
Wissenschaftliche Hilfskraft
Lehrstuhl für Strafrecht und Rechtsphilosophie/
Rechtstheorie (Prof. Dr. Joachim Renzikowski)

Prädikatenlogik, Wahrheitsbaum

Regeln zur Auflösung der Bestandteile einer Aussage nach der Wahrheitsbaummethode

(5) Bisubjunktion

$A \leftrightarrow \mathbf{B}$

A	$\neg$A
B	$\neg$B

Beispiel:

„x ist Jurist, genau dann, wenn x klug ist."

Ist wahr genau dann,
wenn der Fall ist, dass:

x ist klug	x ist nicht klug
x Jurist ist	x ist nicht Jurist

Prädikatenlogik, Wahrheitsbaum

Sebastian Simmert, M.A.
Wissenschaftliche Hilfskraft
Lehrstuhl für Strafrecht und Rechtsphilosophie/
Rechtstheorie (Prof. Dr. Joachim Renzikowski)

Regeln zur Auflösung der Bestandteile einer Aussage nach der Wahrheitsbaummethode

(6) negierte Konjunktion

$$\neg(A \wedge \mathbf{B})$$

$\neg A$ $\neg B$

Beispiel: „Es ist nicht der Fall, dass x klug ist und x Jurist ist."

x ist nicht klug x ist nicht Jurist

Ist wahr genau dann,
wenn der Fall ist, dass:

Sebastian Simmert, M.A.
Wissenschaftliche Hilfskraft
Lehrstuhl für Strafrecht und Rechtsphilosophie/
Rechtstheorie (Prof. Dr. Joachim Renzikowski)

Prädikatenlogik, Wahrheitsbaum

Regeln zur Auflösung der Bestandteile einer Aussage nach der Wahrheitsbaummethode

(7) negierte Disjunktion $\neg(A \vee \mathbf{B})$

$\neg A$
$\neg B$

Beispiel: „Es ist nicht der Fall, dass x klug ist oder x Jurist ist.“

Ist wahr genau dann, wenn der Fall ist, dass:

x ist nicht klug
x ist nicht Jurist

Sebastian Simmert, M.A.
Wissenschaftliche Hilfskraft
Lehrstuhl für Strafrecht und Rechtsphilosophie/
Rechtstheorie (Prof. Dr. Joachim Renzikowski)

Prädikatenlogik, Wahrheitsbaum

Regeln zur Auflösung der Bestandteile einer Aussage nach der Wahrheitsbaummethode

(8) negierte Subjunktion $\neg(A \rightarrow \mathbf{B})$

A

$\neg B$

Beispiel: „Es ist nicht der Fall, dass wenn x klug ist, x dann Jurist ist."

Ist wahr genau dann,
wenn der Fall ist, dass:

x ist klug

x ist nicht Jurist

Prädikatenlogik, Wahrheitsbaum

MARTIN-LUTHER-UNIVERSITÄT
HALLE-WITTENBERG

Sebastian Simmert, M.A.
Wissenschaftliche Hilfskraft

Lehrstuhl für Strafrecht und Rechtsphilosophie/
Rechtstheorie (Prof. Dr. Joachim Renzikowski)

Regeln zur Auflösung der Bestandteile einer Aussage nach der Wahrheitsbaummethode

(9) negierte Bisubjunktion

$\neg(A \leftrightarrow \mathbf{B})$

A	$\neg A$
$\neg B$	B

Beispiel: „Es ist nicht der Fall, dass x Jurist ist, genau dann wenn x klug ist."

Ist wahr genau dann, wenn der Fall ist, dass:

x ist klug	x ist nicht klug
x ist nicht Jurist	x ist Jurist

Prädikatenlogik, Wahrheitsbaum

MARTIN-LUTHER-UNIVERSITÄT
HALLE-WITTENBERG

Sebastian Simmert, M.A.
Wissenschaftliche Hilfskraft

Lehrstuhl für Strafrecht und Rechtsphilosophie/
Rechtstheorie (Prof. Dr. Joachim Renzikowski)

Regeln zur Auflösung der Bestandteile einer Aussage nach der Wahrheitsbaummethode

(10) negierte Universalität $\neg\forall\alpha A$

$\exists\alpha\neg A$

Beispiel: „Es ist nicht der Fall, dass für alle x gilt, dass sie klug sind."

↓

„Es gibt einige x, für die gilt, dass sie nicht klug sind."

Prädikatenlogik, Wahrheitsbaum

MARTIN-LUTHER-UNIVERSITÄT
HALLE-WITTENBERG

Sebastian Simmert, M.A.
Wissenschaftliche Hilfskraft

Lehrstuhl für Strafrecht und Rechtsphilosophie/
Rechtstheorie (Prof. Dr. Joachim Renzikowski)

Regeln zur Auflösung der Bestandteile einer Aussage nach der Wahrheitsbaummethode

(11) negierte Universalität

$$\neg\exists\alpha A$$

$$\forall\alpha\neg A$$

Beispiel: „Es ist nicht der Fall, dass für einige x gilt, dass sie klug sind.“

↓

„Für alle x gilt, dass sie nicht klug sind.“

Prädikatenlogik, Wahrheitsbaum

MARTIN-LUTHER-UNIVERSITÄT
HALLE-WITTENBERG
Sebastian Simmert, M.A.
Wissenschaftliche Hilfskraft
Lehrstuhl für Strafrecht und Rechtsphilosophie/
Rechtstheorie (Prof. Dr. Joachim Renzikowski)

Beispiel:

(A)	$\forall x F^1 x \rightarrow \exists x F^1 x$	
1.	$\neg(\forall x F^1 x \rightarrow \exists x F^1 x)$	
2.	$\forall x F^1 x$	(1)
3.	$\neg \exists x F^1 x$	(1)
4.	$\forall x \neg F^1 x$	(3)
5.	$F^1 a$	(2)
6.	$\neg F^1 a$	(4)
	X	

Prädikatenlogik, Wahrheitsbaum

MARTIN-LUTHER-UNIVERSITÄT
HALLE-WITTENBERG
Sebastian Simmert, M.A.
Wissenschaftliche Hilfskraft
Lehrstuhl für Strafrecht und Rechtsphilosophie/
Rechtstheorie (Prof. Dr. Joachim Renzikowski)

Übung: Lösen Sie die folgenden Syllogismen/Aussagen nach der Wahrheitsbaummethode:

(I) P1: $\forall x(F^1x \rightarrow G^1x)$

P2: $\exists x(H^1x \wedge F^1x)$

K: $\exists x(H^1x \wedge G^1x)$

(II) $\exists x \forall y F^2xy \rightarrow \forall y \exists x F^2xy$

(III) $\forall x((F^2ax \vee G^1x) \wedge \neg G^1x) \rightarrow \forall y F^2ay$

(IV) P1: $\exists x F^1x$

P2: $\forall x G^1x$

K: $\neg \forall x \neg F^1x \wedge \neg \exists x \neg G^1x$