

IV. Aussagenlogik (Fortsetzung)



Aussagenlogik; Syllogistik

Syllogismus mit klarer Struktur

Alle Menschen sind sterblich.

Alle Juristen sind Menschen.

Also: Alle Juristen sind sterblich.



Aussagenlogik; Syllogistik

Hypothetische Syllogismus

Wenn alle Menschen sterblich sind,
dann sind alle Juristen sterblich.

Alle Menschen sind sterblich.

Also: Alle Juristen sind sterblich.



Aussagenlogik; Syllogistik

Hypothetische Syllogismus

Prämisse: Wenn alle Delphine Fische sind,
dann schwimmen sie im Meer.

Weist eine konditionale Struktur auf, die eine Bedingung und Folge aussagt.



Aussagenlogik; Syllogistik

Hypothetische Syllogismus

Prämisse:

Wenn alle Delphine Fische sind,
dann schwimmen sie im Meer.

Alle Delphine sind Fische.



Konklusion:

Alle Delphine schwimmen im Meer.



Aussagenlogik; Syllogistik

Formale Struktur

Prämisse:

Wenn A wahr ist,
dann ist B wahr.

A ist wahr.

Konklusion:

B ist wahr.

Modus
ponendo
ponens



Aussagenlogik; Syllogistik

Formale Struktur

Prämisse:

Wenn A wahr ist,
dann ist B wahr.

B ist nicht wahr.

Konklusion:

A ist nicht wahr.

Modus
tollendo tollens



Aussagenlogik; Syllogistik

Formale Struktur

Prämisse: Entweder alle Juristen sind sterblich
oder alle Juristen sind nicht sterblich.

Alle Juristen sind sterblich.

Konklusion: Alle Juristen sind nicht sterblich, ist nicht der Fall.



Aussagenlogik; Syllogistik

Formale Struktur

Prämisse:

Entweder A ist wahr
oder B ist wahr.

A ist wahr.

Konklusion:

B ist nicht wahr.

Modus
ponendo
tollens



Aussagenlogik; Syllogistik

Formale Struktur

Prämisse:

Entweder A ist wahr
oder B ist wahr.

A ist nicht wahr.

Konklusion:

B ist wahr.

Modus
tollendo
ponens



Aussagenlogik; Syllogistik

Wo benötigt man hypothetische Syllogismen?

Bei Aussagen über Kausalität (das Verhältnis von Ursache und Wirkung)

dazu nutzt man: hinreichende Bedingungen

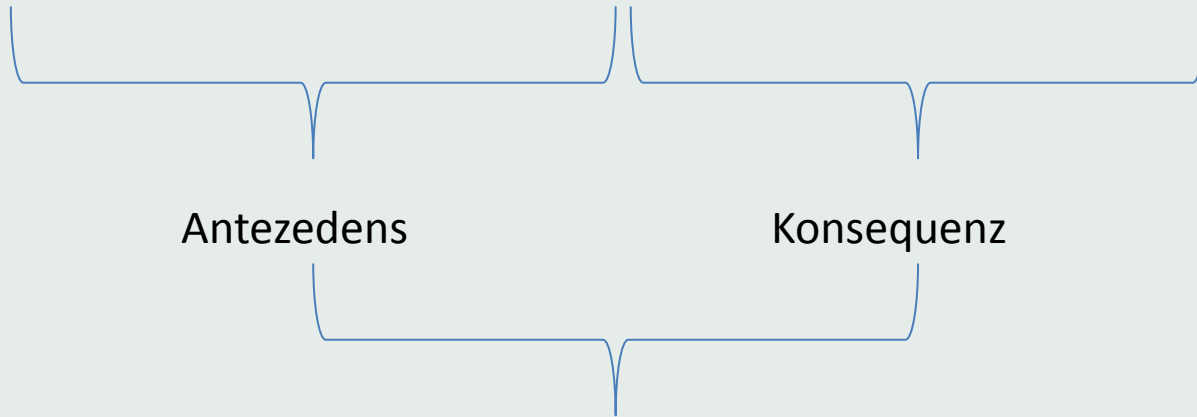
notwendige Bedingungen (*conditio sine qua non*)



Aussagenlogik; Syllogistik

Struktur einer konditionalen Aussage

Wenn alle Delphine Fische sind, dann schwimmen sie im Meer.



Implikation



Aussagenlogik; Syllogistik

Wahrheitstafel einer Implikation mit hinreichender Bedingung

A	\rightarrow	K
w	w	w
f	w	w
w	f	f
f	w	f



Aussagenlogik; Syllogistik

Wahrheitstafel einer Implikation mit notwendiger Bedingung

A	\leftrightarrow	K
w	w	w
f	f	w
w	f	f
f	w	f



Aussagenlogik; Syllogistik

Subjunktion

A	\rightarrow	K
w	w	w
f	w	w
w	f	f
f	w	f

Bisubjunktion

A	\leftrightarrow	K
w	w	w
f	f	w
w	f	f
f	w	f



Aussagenlogik; Syllogistik

Andere am Alltag orientierte Aussagen

„Menschen sind schlau *und* zweibeinig.“

Aussagen werden durch „und“ miteinander verbunden

„und“ drückt eine mentale Operation aus,
solche Ausdrücke nennt man auch Operatoren

Daher: „Menschen sind schlau *und* Menschen sind zweibeinig .“



Aussagenlogik; Syllogistik

Konjunktion

A	\wedge	A
w	w	w
f	f	w
w	f	f
f	f	f

Beispiele:

Alle Menschen sind schlau *und* alle Menschen sind zweibeinig.

Einige Äpfel sind rot *und* einige Äpfel sind grün.

Alle Fische sind schwimmend *und* einige Menschen sind einbeinig.



Aussagenlogik; Syllogistik

Disjunktion

A	V	A
w	w	w
f	w	w
w	w	f
f	f	f

Beispiele:

Alle Menschen sind schlau *oder* alle Menschen sind zweibeinig.

Einige Äpfel sind rot *oder* einige Äpfel sind grün.

Alle Fische sind schwimmend *oder* einige Menschen sind einbeinig.



Aussagenlogik; Syllogistik

Ausschließende Disjunktion (Kontravalenz)

A	V	A
w	f	w
f	w	w
w	w	f
f	f	f

Beispiele:

Entweder alle Menschen sind schlau *oder* alle Menschen sind zweibeinig.

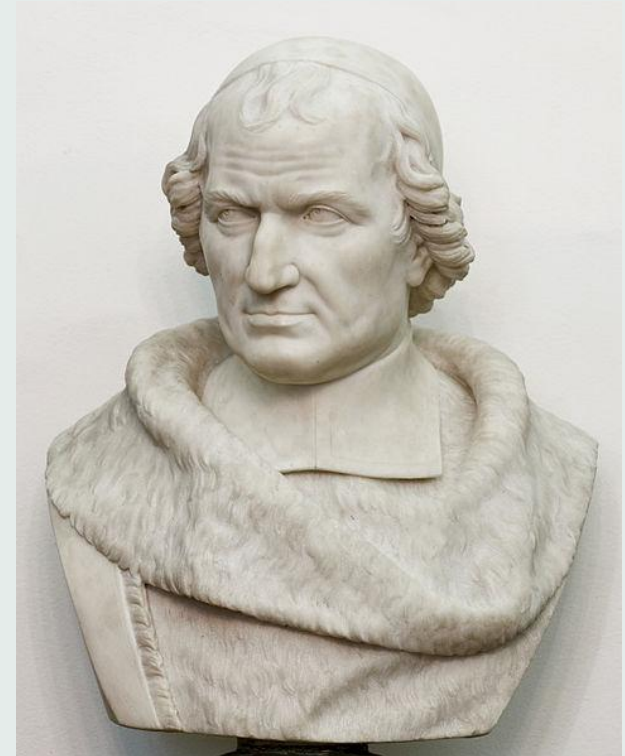
Entweder einige Äpfel sind rot *oder* einige Äpfel sind grün.

Entweder alle Fische sind schwimmend *oder* einige Menschen sind einbeinig.



Aussagenlogik; Syllogistik

- P1:** Wenn alle Perser die Sonne anbeteten und die Sonne ein Ding ohne Empfindung ist oder ein Ding mit Empfindung, dann beteten die Perser ein Ding ohne Empfindung an.
- P2:** Die Perser beteten die Sonne an.
- Also:** Die Perser beteten ein Ding ohne Empfindung an.



Antoine Arnauld(1612-1694)
Theologe, Mathematiker, Philosoph



Aussagenlogik; Syllogistik

P1: Wenn alle Perser die Sonne anbeteten und die Sonne ein Ding ohne Empfindung ist oder ein Ding mit Empfindung, dann beteten die Perser ein Ding ohne Empfindung an.

Alle Perser beten die Sonne an.



p

Die Sonne ist ein Ding mit Empfindung.



s

P1: $((p \wedge \neg s) \vee s) \rightarrow p \wedge \neg s$



Aussagenlogik; Syllogistik

Wahrheitstafel der Konjunktion im Antezedens der ersten Prämisse

Konjunktion bindet am stärksten!

p	s	$\neg s$	$p \wedge \neg s$
w	w	f	f
w	f	w	w
f	w	f	f
f	f	w	f



Aussagenlogik; Syllogistik

Wahrheitstafel der Disjunktion im Antezedens der ersten Prämisse

Disjunktion bindet als das Nächste!

$p \wedge \neg s$	s	v
f	w	w
w	f	w
f	w	w
f	f	f



Aussagenlogik; Syllogistik

**Verhältnis von Antezedens und
Konsequenz zum Schluss!**

**Wahrheitstafel der Disjunktion im
Antezedens der ersten Prämisse**

\vee	\rightarrow	$p \wedge \neg s$
w	w	f
w	f	w
w	w	f
f	f	f



Aussagenlogik; Syllogistik

Wahrheitstafel der beiden Prämissen zusammen

P2: Die Perser beteten die Sonne an.

\rightarrow	p	$((p \wedge \neg s) \vee s) \rightarrow p \wedge \neg s$ $\wedge p$
w	w	f
f	w	w
w	f	f
f	f	f



Aussagenlogik; Syllogistik

Prämissen und Konklusion lassen sich als Implikation verstehen.

Wahrheitstafel der beiden Prämissen und Konklusion

\wedge	\rightarrow	\wedge
f	w	f
w	w	w
f	w	f
f	w	f



Aussagenlogik; Syllogistik

Wahrheitstafel des ganzen Schlusses

p	s	$((((p \wedge \neg s) \vee s) \rightarrow (p \wedge \neg s) \wedge p) \rightarrow (p \wedge \neg s))$										
w	w	w	f	f	w	w	f	f	f	w	w	f
w	f	w	w	w	w	f	w	w	w	w	w	w
f	w	f	f	f	w	w	f	f	f	f	w	f
f	f	f	f	w	w	f	w	f	f	f	w	f
		1	3	2	5	4	7	6	9	8	X	10



Aussagenlogik; Syllogistik

1. Aufgabe: Erstellen Sie die Wahrheitstafeln für folgende Aussagen:

$$P \leftrightarrow S \wedge (P \vee S).$$

$$P \rightarrow (S \vee ((S \vee P) \rightarrow S)).$$

$$(P \vee (S \wedge Q)) \leftrightarrow ((P \vee S) \wedge (P \vee Q)).$$



Aussagenlogik; Syllogistik

2. Aufgabe:

Erstellen Sie aus dem folgenden Text einen formalisierten Syllogismus.

Wenn Demokrit die Bewohner von Abdera nicht leiden kann, dann verlässt er Abdera oder veralbert die Bewohner. Wenn er Abdera nicht verlässt und die Bewohner nicht veralbert, dann versucht er mit den Bewohnern Abderas klar zu kommen. Nun verlässt Demokrit Abdera nicht. Also, wenn er die Bewohner nicht veralbert und Abdera nicht verlässt, dann versucht er mit den Bewohnern Abderas klar zu kommen und sie nicht zu veralbern.



Aussagenlogik; Syllogistik

3. Aufgabe: Finden Sie eine inhaltliche Deutung des folgenden formalen Syllogismus, die sowohl gültig, als auch schlüssig ist:

1.P: $(p \rightarrow s)$

2.P: $(s \rightarrow q)$

Also: $(p \rightarrow q)$

Zusatz: Geben Sie die Wahrheitstafel für den Syllogismus an.

