

Die letzte Sitzung hat uns gezeigt, was nach Aristoteles die Grundlagen unseres Denkens sind und wie wir, darauf aufbauend, Schlüsse ziehen können. Die Syllogismen, die wir in unterschiedlichen Modi behandelt haben, entsprechen jedoch kaum unserer Alltagssprache, noch wartet ein Wissenschaftler mit einer so klaren Struktur auf wie:

Alle Katzen sind fellig.

Alle Tiger sind Katzen.

Also: Alle Tiger sind fellig.

Alltag und Wissenschaft bedienen sich vielmehr konditionaler Strukturen. Diese konditionalen Strukturen lassen sofort erkennen, welche Aussage von welcher anderen abhängig ist bzw. wie die Wahrheit einer Prämisse die Voraussetzung für die Wahrheit oder Falschheit der Konklusion ist.

Grammatisch drücken wir die konditionalen Strukturen im Deutschen durch wenn-dann Sätze aus. Sie geben im ersten Teil an, welche Bedingung erfüllt sein muss, damit eintritt, was durch den zweiten Teil ausgedrückt wird.

Machen wir also unsere Syllogismen ein wenig komplizierter und lassen Sie uns schauen, wie das bisher Gesagte für uns nutzbarer wird.

dem ersten Syllogismus, den wir kennen gelernt haben, was:

Alle Menschen sind sterblich.

Alle Juristen sind Menschen.

Also: Alle Juristen sind sterblich.

Wandelt wir diesen Syllogismus in Modus Barbara in einen sogenannten konditionalen bzw. hypothetischen Syllogismus um, so wird daraus:

I. Wenn alle Menschen sterblich sind,  
dann sind alle Juristen sterblich.

Alle Menschen sind sterblich.

Also: Alle Juristen sind sterblich.

Was durch diesen Syllogismus ausgesagt wird, erscheint nicht groß von dem Syllogismus in Modus Barbara verschieden.

Wenn Sie sich jedoch daran erinnern, dass wir das Verhältnis im Syllogismus über die Begriffe erläutern, d.h. ob ein Begriff im anderen enthalten ist oder ein Begriff den anderen ausschließt, so ist dieses Verhältnis in einem hypothetischen Syllogismus nicht so offensichtlich. Erklären können wir das dadurch, dass der hypothetische Syllogismus zusammenfasst, was unser ursprünglicher Syllogismus peinlich genau zur Schau trägt.

Der hypothetische Syllogismus funktioniert nämlich nun noch über Wahrheitswerte, also ob Aussagen wahr oder falsch sind. Wie die Begründung für die Wahrheit oder Falschheit ist, also wie das genaue Verhältnis der Begriffe zueinander ist, ist auf Anhieb nicht ersichtlich.

Dies Verhältnis erschließt sich uns erst, wenn wir einen hypothetischen Syllogismus versuchen inhaltlich zu verstehen. Wir müssten dann danach fragen, warum die Wahrheit oder Falschheit der einzelnen Aussagen gegeben ist. Letztlich würde uns das wieder zur Struktur unseres ungewöhnlichen Syllogismus zurückbringen. Hieraus erhellt für uns, dass die uns bekannten Syllogismen im Modus Barbara, Celarent, Darii usw. usf. für die hypothetischen Syllogismen voraussetzen sind. Denn erst aus diesen Modi erkennen wir die Zusammenhänge der hypothetischen Syllogismen.

Was soll es aber heißen, dass hypothetische Syllogismen über Wahrheitswerte funktionieren? Um dies zu verstehen, müssen wir uns zunächst die Prämisse, die in Form einer konditionalen Aussage daherkommt, genauer ansehen.

Nehmen wir die Prämisse:

Wenn alle Delphine Fische sind,  
dann schwimmen sie im Meer.

Der erste Teil des Konditional sagt eine Bedingung aus.

Sobald wir davon ausgehen, dass die Bedingung erfüllt ist, lässt sich etwas über den zweiten Teil des Konditionalen aussagen; nämlich, ob auch dieser erfüllt ist oder nicht. Ist die vorausgesetzte Bedingung im ersten Teil erfüllt, so muss die Aussage wahr sein, ist sie nicht erfüllt, so ist sie falsch.

Ob der letzte Teil des Konditionalen wahr oder falsch ist, hängt somit von der Wahrheit oder Falschheit des ersten Teils ab.

In einem Syllogismus muss für uns nun noch erkennbar sein, ob die Bedingung erfüllt ist oder nicht. Wir benötigen folglich in den Prämissen eine Aussage, die uns Auskunft darüber gibt, ob eine ausgesagte Bedingung besteht oder nicht, respektive, ob sie wahr ist oder nicht. Ergänzen wir daher die erste Prämisse um die Aussage: Alle Delfine sind Fische.

sind wir geneigt zu folgern, dass „Alle Delfine im Meer schwimmen.“

Wie wir aus der vorangegangenen Sitzung wissen, können wir einen solchen Schluss nur seiner Form nach als gültig ansehen; richtig ist er jedoch nicht, weil die Aussage „Alle Delfine sind Fische“ auf unsere Realität bezogen falsch ist. Ganz egal ist dabei, dass die Konklusion ~~aber~~ inhaltlich wahr ist. Wir betrachten also mal wieder die Form des Schlusses, um die Struktur dahinter zu verstehen.

Bei der Betrachtung dieser Struktur benötigen wir zunächst nur die Wahrheitswerte und Zeichen für die Konditionale Struktur. Lassen Sie uns für diese Zeichen einfach die deutschen Wörter Konditionaler Sätze verwenden; also „wenn“ und „dann“. Die Struktur, die wir für den vorliegenden hypothetischen Syllogismus erstellen können, ist dann: [ ]

I. Wenn A wahr ist, dann ist B wahr.

A ist wahr.

Also: B ist wahr.

Wie alles auf Erden hat diese Struktur durch den Menschen einen Namen bekommen. Und wie so oft waren diese Menschen Latiner, die sich die Stoiker nannten. Sie nannten diese Struktur eines hypothetischen Syllogismus „Modus ponendo ponens“. Wir können <sup>das</sup> gut als „die Art und Weise des Setzens, von etwas zu Setzenden“ übersetzen.

Wie ist das zu verstehen? Aus der ersten Prämisse sehen wir, was man für einen Wahrheitswert benötigt, um eine bestimmte Aussage als wahr oder falsch folgern zu können. Soll die Wahrheit dieser Aussage festgesetzt werden, muss die Wahrheit einer anderen Aussage festgesetzt werden. Im Syllogismus wird durch die zweite Prämisse die Wahrheit einer Aussage festgesetzt, um dann die Wahrheit der Konklusion setzen zu können.

Folgen wir dieser Herangehensweise, lassen sich noch drei weitere Strukturen ausmachen. Die zweite Struktur wurde Modus tollendo tollens genannt. Also die Art und Weise des Abnehmens, des Wegnehmens. Nach diesem Modus wird durch eine Aussage, die belegt, dass eine bestimmte Folge nicht gegeben ist, gefolgt, dass somit die Bedingung, die zur Folge geführt hätte, nicht gegeben sein kann. Somit ergibt sich die Struktur:

II. Wenn A wahr ist, dann ist B wahr.  
B ist nicht wahr.  
Also: A ist nicht wahr.

Wie alles auf Erden hat diese Struktur durch den Menschen einen Namen bekommen. Und wie so oft waren diese Menschen Latiner, die sich die Stoiker nannten. Sie nannten diese Struktur eines hypothetischen Syllogismus „Modus ponendo ponens“. Wir können <sup>das</sup> gut als „die Art und Weise des Setzens, von etwas zu Setzenden“ übersetzen.

Wie ist das zu verstehen? Aus der ersten Prämisse sehen wir, was man für einen Wahrheitswert benötigt, um eine bestimmte Aussage als wahr oder falsch folgern zu können. Soll die Wahrheit dieser Aussage festgesetzt werden, muss die Wahrheit einer anderen Aussage festgesetzt werden. Im Syllogismus wird durch die zweite Prämisse die Wahrheit einer Aussage festgesetzt, um dann die Wahrheit der Konklusion setzen zu können.

Folgen wir dieser Herangehensweise, lassen sich noch drei weitere Strukturen ausmachen. Die zweite Struktur wurde Modus tollendo tollens genannt. Also die Art und Weise des Abnehmens, des Wegnehmens. Nach diesem Modus wird durch eine Aussage, die belegt, dass eine bestimmte Folge nicht gegeben ist, gefolgt, dass somit die Bedingung, die zur Folge geführt hätte, nicht gegeben sein kann. Somit ergibt sich die Struktur:

II. Wenn A wahr ist, dann ist B wahr.  
B ist nicht wahr.  
Also: A ist nicht wahr.

Nehmen wir nun noch das principium exclusi terti<sup>i</sup> als Grund für die Bedingung eines Wahrheitswerts hinter, der aus einem andern Wahrheitswert folgen soll, so können wir auch conditionale Aussagen formulieren, in denen die ~~Wahrheit~~ Wahrheit einer Aussage zum Ausschlag der Wahrheit einer andern Aussage führt. Um solche Aussagen im Deutschen beschreiben zu können, nutzen wir entweder-oder-Sätze. So lässt sich z. B. formulieren:

Entweder alle Juristen sind sterblich oder alle Juristen sind nicht sterblich.

Wird diese Aussage eine Prämisse in unserem Syllogismus, so sehen wir, dass wir, die um die Wahrheit einer Aussage wegzunehmen, die Wahrheit einer andern Aussage fortsetzen müssen. Setzen wir nämlich fest:

Alle Juristen sind sterblich.

folgt gemäß dem principium exclusi terti<sup>i</sup>,

Also: Alle Juristen sind nicht sterblich ist nicht der Fall.

Diesem Schlussmodus nennt man auch Modus ponendo tollens. Für seine Struktur gilt:

III. Entweder A ist wahr oder B ist wahr.

A ist wahr

Also: B ist nicht wahr.

Genau so, wie wir die Wahrheit einer Aussage festgesetzt haben, können wir ihr aber auch die Wahrheit nehmen, um so die Wahrheit einer anderen Aussage zu setzen.

Sagen wir z.B.: Entweder alle Dreiecke sind rund oder alle Dreiecke sind nicht-rund.

so lässt sich festlegen, dass:

Alle Dreiecke sind rund nicht der Fall ist  
woraus folgt: Alle Dreiecke sind nicht-rund.

Da wir bei diesem Modus etwas wegnehmen müssen, um die Wahrheit einer Aussage festsetzen zu können, nennt man den Schluss auch „Modus tollendo ponens.“ —

Für reine Strukturen gilt:

IV. Entweder A ist wahr oder B ist wahr.  
A ist nicht wahr.  
Also: B ist wahr.

Diese Modi sind die Grundstrukturen, wenn wir allein aufgrund der Form nach der Wahrheit und Falschheit von Aussagen schließen. Solange Schlüsse diese Form aufweisen, sind sie immer logisch gültig, aber nicht schlüssig. □  
Betrachten wir nun aber die Bedingung für die Schlüssigkeit solcher hypothetischen Syllogismen, bahnt sich ~~Problematik~~ Problematisches an, was Ihnen vielleicht bekannt sein wird, sofern Sie bereits von der Äquivalenztheorie der Kausalität bzw. der *conditio sine qua* von Formel gehört haben.



Wie wir wissen ist ein Syllogismus dann schließend, wenn die Prämisse und die Konklusion der Realität entsprechen. Was durch einen hypothetischen Syllogismus ausgesagt wird, ist also nur dann schließend, wenn die Aussagen mit der Realität übereinstimmen und deswegen wahr sind.

Betrachten wir jedoch eine Prämisse, die eine konditionale Struktur in Form eines wenn-dann Satzes aufweist, ist schwierig zu begründen, weshalb z. B. in der Aussage:

„Wenn es regnet, dann ist die Straße nass“

die Wahrheit des hinteren Teils von der Wahrheit des wenn-Teils abhängen muss. Obwohl man nämlich den Inhalt der Aussage, so ist nicht auszuschließen, dass Straßen nicht auch durch etwas anderes nass geworden sein können. Regen ist somit keine notwendige Bedingung für die Wahrheit der Aussage, dass die Straße nass ist.

Die Aussage über die Tatsache, dass es regnet, ist somit nur eine hinreichende Bedingung. Wenn sie als wahr gesetzt wird, so ist nicht auszuschließen, dass die Wahrheit der ihr folgenden Aussage besteht. Doch könnte es auch anders sein.

Würden wir den Regen jedoch als notwendige Bedingung ansehen, so impliziert dies, dass es überhaupt nicht anders sein kann, als dass die Aussage „die Straße ist nass“ wahr ist, wenn die Aussage „es regnet“ als wahr gesetzt wird.

Betrachten wir den Inhalt einer solchen konditionalen Aussage, müssen wir also genau wissen, ob von notwendigen oder hinreichenden Bedingungen die Rede ist.

Nun könnte man einwenden und sagen, dass die Unterscheidung zwischen notwendigen und hinreichender Bedingung unnötig *Kriemelkadeni rei*. Schließlich geht es nur darum, dass man festlegt, dass eine Aussage wahr ist, damit die Wahrheit einer anderen Aussage aus ihr folgen kann. Inhaltlich nutzt man dann halt die Aussagen, die einen scheinbaren Zusammenhang aufweisen, der nach unserem Hausverstand nachvollziehbar ist.

Aus logischer Sicht müssen wir unsere Aussagen aber genau betrachten, denn dadurch offenbaren sich die dahinterliegenden Strukturen der Wahrheit. Wollen wir also schauen, wie es sich mit der Wahrheit konditionaler Aussagen verhält. Lassen Sie uns dazu zwei Termini einführen, die es uns erleichtern über die Bestandteile solcher Aussagen zu sprechen. Betrachtet der Logiker den vorderen Teil einer konditionalen Aussage, so nennt er diesen Antezedens, also das Vorausgehende. Den hinteren dann-Teil der Aussage nennt er Konsequenz, also das Folgende. Die konditionale Aussage selbst nennt er eine Implikation.

Die Implikation lässt sich, wie jede andere Aussage auch, nach ihren Wahrheitsbedingungen hinterfragen. d.h. man hinterfragt, wann die Wahrheit oder Falschheit der gesamten Aussage gegeben ist. Weil die Implikation aus Antezedens und Konsequenz besteht, muss der Wahrheitswert der Implikation von den Wahrheitswerten dieser Bestandteile abhängig sein. Das Geheimnis dieser Verbindung gilt es nun zu lösen.

Nehmen wir an, dass die Wahrheit des Antecedens die hinreichende Bedingung für die Wahrheit der Konsequenz ist, so muss die Implikation wahr sein, wenn Antecedens und Konsequenz wahr sind. Denn was auch immer durch den Antecedens ausgedrückt wird, es genügt um die Wahrheit der Konsequenz zu bestätigen.

Was ist jedoch, wenn die Aussage im Konsequenz wahr ist, obwohl der Antecedens falsch ist. Wenn also die Strafe wahr ist, obwohl es falsch ist, dass es gerechtfertigt hat? Da der Antecedens nur eine hinreichende Bedingung aussagt, also auch ~~falsch sein kann~~ nicht gegeben sein muss, wenn der Konsequenz wahr ist, so kann der Antecedens auch falsch sein und die Implikation im Ganzen wahr. Begründen lässt sich das dadurch, dass die Wahrheit der Konsequenz dann einfach durch eine andere Aussage hervorgerufen würde, die eine Bedingung aussagt.

Wie sieht es jedoch aus, wenn der Antecedens wahr ist? Ist die Bedingung gegeben, die er aussagt, muss auch die Folge, die durch den Konsequenz ausgedrückt wird, gegeben sein. Denn eine hinreichende Bedingung sagt immer aus, dass durch sie eine Folge begründet werden kann, sodass davon auszugehen ist, dass die Wahrheit der Konsequenz durch die Wahrheit des Antecedens gegeben ist. Hieraus folgt, wenn der Antecedens als wahr gesetzt ist und der Konsequenz falsch, die ganze Implikation falsch sein muss.

Letztlich bleibt zu betrachten, wenn Antecedens und Konsequenz als falsch gesetzt sind. Ist eine hinreichende Bedingung nicht gegeben und auch eine bestimmte Folge einer Bedingung nicht, ist zu folgern, dass das eine mit dem anderen nichts zu tun hat. Daher lässt sich beliebig folgern, wenn eine Bedingung nicht gegeben ist, auch irgendeine Folge nicht gegeben ist. Inwiefern ist die Implikation wahr, wenn Antecedens und Konsequenz falsch sind.

Um über diese Verhältnisse einen genaueren bzw. schnelleren Überblick zu haben, hat man in einem bestimmten Zweig der Logik, der so genannten formalen Logik, Wahrheitstabellen aufgestellt. Aus diesen ist für unsere Implikation folgende Tabelle zu entnehmen:

A	→	K
w	w	w
f	w	w
w	f	f
f	w	f

Aus ihr können wir leicht sehen, wann eine Implikation wahr oder falsch ist, sofern der Antezedens für uns eine hinreichende Bedingung darstellt.

Wie sieht es nun aber mit der Interpretation einer notwendigen Bedingung aus? Eine notwendige Bedingung sagt aus, dass sie immer gegeben sein muss, damit eine bestimmte Folge sein kann. Für das Verhältnis von Antezedens und Konsequenz bedeutet das, dass ihre Wahrheitswerte eine Beziehung zueinander zulassen.

Ist der Antezedens wahr, so muss auch der Konsequenz wahr sein. Denn ist die notwendige Bedingung gegeben, ist ausgeschlossen, dass ihre Folge ausbleibt.

Ist der Antezedens hingegen falsch, so muss auch der Konsequenz falsch sein. Ohne dass die notwendige Bedingung gegeben ist, kann schließlich ihre Folge nicht sein. Das ist also ein wesentlicher Unterschied zur hinreichenden Bedingung. Denn ihre Folge kann auch ohne sie sein.

Im Fall einer notwendigen Bedingung gilt es somit nur zwei  
 Weisen in denen eine Implikation wahr sein kann.  
 Das können wir wiederum an der Wahrheitstafel sehen.

A	$\leftrightarrow$	K
w	w	w
f	f	w
w	f	f
f	w	f

Um die eine Interpretation von der anderen zu unterscheiden, nannte  
 man die Implikation mit hinreichender Bedingung auch ~~Subjunktion~~  
 Subjunktion. Liegt hingegen die Interpretation einer notwendigen  
 Bedingung vor, so nennt man die Implikation eine Biresubjunktion.

Wie wir an den Wahrheitstafeln sehen ist das Kriterium für die  
 Wahrheit der Biresubjunktion enger gefasst als das der Subjunktion.  
 Für die Praxis stellt sich nun die Frage, wo ein solcher Unterschied  
 in unseren Schlüssen relevant ist.

In den Naturwissenschaften wie der Jurisprudenz findet die Implikation  
 ihre Anwendung bei der Untersuchung des Verhältnisses von Ursache  
 und Wirkung! Dabei gehen wir für gewöhnlich so vor, dass wir  
 für eine Wirkung eine passende Ursache aufsuchen. Genauer gesagt,  
 müssten wir für die Gegenwart sagen, dass wir eine Wirkursache  
 suchen, die für uns erkennbar macht, warum eine Wirkung hervorgerufen  
 ist. Ich will nun erwähnen, dass die modernen Wissenschaften  
 auf der Suche nach der Wahrheit methodisch hinter die Antike  
 und das Mittelalter treten. Denn sowohl die Gelehrten der Antike  
 und des Mittelalters; und hierbei spreche ich vom christlichen  
 Abendland und muslimischen Orient, orientierten sich an einer  
 vollkommeneren Begründung eines Ereignisses, wovon die Wirkursache  
 nur einen Aspekt erklärt.

Wie dem auch sei, die Implikation wird zum Ausschließen von Ursache - Wirkungs - Verhältnissen good genutzt. In der Äquivalenztheorie der Kausalität bzw. der <sup>conditio</sup> *causa sine qua non* Formel, werden Sie aufgefordert ein Ereignis mit Ursachen in Verbindung zu bringen, die nicht weggedacht werden können, sodann was die Wirkung zwangsweise her eintreten müssen. Hat ein Mensch einen freien Willen und hat ein Mensch einen Mord begangen, so war die ~~totale~~ Beteiligung eines freien Willen notwendige Ursache für den Mord.

Wie Ihnen vielleicht auch bekannt sein wird, muss aber auch jede andere Ursache als ~~die~~ notwendig für den Mord angesehen werden. Ohne dass die Eltern des Mörders ihn gezeugt hätten, wäre der Mord ja auch nicht passiert. Wären die Eltern nie gezeugt worden, so wäre der Mord auch nicht passiert.

Rechtfertigt man über das Vorliegen einer notwendigen Bedingung die Wahrheit über die Aussage, dass ein bestimmtes Ereignis, wie ein Mord, vorliegt, impliziert dies eine weitere Prämisse; nämlich, dass der Mord unabwendbar war. Der Mord hätte also durch nichts anderes hervorgerufen werden, als durch diesen einen Mörder. Dann spricht man den Menschen aber den freien Willen ab, denn der Mörder konnte nicht anders als zu morden.

Was die *conditio sine qua non* - Formel angeht, so haben wir ein logisches Problem vorliegen, da der Inhalt unserer Aussagen im Schluss nicht der Realität zu entsprechen scheinen. Es sei denn, dass Sie Vertreter des Determinismus sind. Dann ist für Sie denehin alles vorherbestimmt. Doch dann müsste man, um den großen islamischen Gelehrten der Medizin des 9. Jhd. nach Christus; Avicenna (Ibn-Sina) anzuführen, Ihnen so lang auf die Nase hauen, bis Sie erkennen, dass man das mit den auf die Nase hauen auch von selbst unterlassen könnte.

Was ist aber damit gemeint, dass der Inhalt nicht auf die Realität anwendbar ist bzw. dieser nicht entspricht?

Stellen wir einen Zusammenhang zwischen Ursache und Wirkung her, so muss uns zunächst die Wirkung bekannt sein. Eine Aussage über eine Wirkung ist im Fall des Mordes eine Aussage über ein vergangenes Ereignis. Im besten Fall können wir von diesem Ereignis weiter in die Vergangenheit fortschreiten und rekonstruieren, was die Wirkursache für ein Ereignis war. Retrospektive Betrachtungen haben die unangenehme Eigenschaft, dass sie auf etwas gerichtet sind, was mit Notwendigkeit feststehend ist. Denn die Vergangenheit lässt sich nicht ändern. Machen wir die Wirkung zum Ausgangspunkt unserer Betrachtung, ist alles Vorausgehende für diese Wirkung notwendig gewesen. Sonst wäre der Verlauf, der zur Wirkung geführt hätte, ein anderer gewesen.

Machen wir hingegen die Ursache zu unserem Ausgangspunkt, also z.B. einen Weltzustand, der weit vor dem Ereignis liegt, so können aus der Ursache verschiedene Wirkungen hervorgehen. In diesem Sinne ist eine Ursache in den meisten Fällen jedoch nur eine hinreichende Bedingung. Im Fall des Mordes heißt dies, dass die tatsächliche Betätigung des freien Willens zu einem bestimmten Zeitpunkt hätte unterbleiben können, was nicht ausschließt, dass der Mord bzw. der Tod einer Person nicht doch anders hätte stattfinden können.

In logischer Hinsicht müsste man daher die hinreichenden Bedingungen auffinden. Da diese ein Urteil aber schwächer begründen als notwendige Bedingungen; denn wenn etwas die Ursache für etwas genauso sein kann, wie etwas anderes, so ist dies schwächer; dann muss die

Wahl der Bedingung wiederum gerechtfertigt werden. Sonst wäre die Schlussfolgerung unseres Syllogismus mit den konditionalen Aussagen nicht nachvollziehbar. Das wäre jedoch ein Arbeitsaufwand, der logisch gemauer Begründen abfordert. Dies aber kostet Zeit, Zeit ist Geld und um Geld zu sparen greift man lieber auf eine Theorie äquivalenter Komplexität zurück, obwohl der Schluss aus ihr irrational ist.

Uns sind nun also die Subjunktion und Bisubjunktion bekannt. Wir wissen aus der Wahrheitstafel, dass die Subjunktion nur dann falsch ist, wenn das Antezedens wahr und der Konsequenz falsch ist. Die Bisubjunktion ist nur dann wahr, wenn die Wahrheitswerte von Antezedens und Konsequenz übereinstimmen.

Erhebt sich damit bereits die Alltagsangstlichkeit unseres Syllogismus? Was ist mit Aussagen, die von ihrer Struktur her komplizierter sind, weil sie z.B. Aussagen miteinander verbinden oder Alternativen aussagen?

Wir kennen aus unserem Alltag z.B. Aussagen wie:

„Menschen sind schlau und zweibeinig.“

Für uns wirkt diese eine Aussage recht einfach. In logischer Hinsicht ist es aber nicht nur eine Aussage, sondern es sind zwei. Durch das Wörtchen „und“ wird nämlich mitgeteilt, dass  $\mathcal{F}$  zu dem Ausgesagten noch eine Aussage hinzukommt. „Menschen sind schlau.“ und dann soll ihnen aber noch die Eigenschaft der Zweibeinigkeit zukommen. D.h. dass auch noch ausgesagt wird „Menschen sind zweibeinig.“



Nehmen wir wieder nur die Wahrheit und Falschheit der einzelnen Aussagen in den Fokus der Untersuchung, so sehen wir, dass das „und“ für uns aussagt, dass der Wahrheitswert der einen Aussage mit der anderen übereinstimmend ist. Nach dem principium identitatis heißt dies, dass durch „und“ die Identität der Wahrheitswerte ausgesagt wird.

Nehmen wir daher an, dass die Aussage „Menschen sind schlau“ in der Aussage „Menschen sind schlau und Menschen sind zweibeinig.“ wahr ist, so ist die Aussage im Ganzen nur wahr, wenn auch „Menschen sind zweibeinig“ wahr ist. Ist nun die eine Aussage wahr und die andere falsch bzw. ~~umgekehrt~~ umgekehrt, so stimmen die Wahrheitswerte nicht überein, d.h. die Aussage im Ganzen muss falsch sein. Wie verhält es sich jedoch, wenn beide Aussagen falsch sind? In diesem Fall ist auch die Aussage im Ganzen falsch. Der Grund dafür ist, dass Identität ausgesagt wird; dies ist im Fall der Verknüpfung zweier falscher Aussagen die Falschheit; nicht aber die Wahrheit.

Auch solche „und“-Aussagen haben von den Logikern eine bestimmte Bezeichnung bekommen. Sie heißen Konjunktionen, weil zwei Aussagen miteinander verbunden werden, sodass eine einzige daraus wird. Auch für die Konjunktion gilt es eine Wahrheitstafel:

A	$\wedge$	A
w	w	w
f	f	w
w	f	f
f	f	f

Wir sprechen aber auch davon, dass manche Aussagen Alternativen aussagen. Für gewöhnlich tun wir das, indem wir „oder-Aussagen“ bilden. So wie z. B. „Fische sind Kiemenatmer oder Menschen sind Säugetiere“

Sollten beide Aussagen, die zwischen dem „oder“ stehen, wahr sein, so muss die Aussage im Ganzen wahr sein. Sofern das „oder“ das tatsächliche Bestehen von Alternativen ausdrückt, sind diese gegeben, wenn beide Aussagen wahr sind. Dass eine Alternative tatsächlich besteht, ist aber auch dann gegeben, wenn nur eine Aussage wahr ist.

Ist z. B. die Aussage „Fische sind Kiemenatmer“ wahr und wäre die Aussage „Menschen sind Säugetiere“ falsch, so ist zumindest eine Alternative gegeben, die der Realität entspricht.

Somit erfüllt unser „oder“ seinen Zweck, indem es angibt, dass mindestens eine Alternative besteht. Sind hingegen beide Aussagen falsch, so besteht auch keine Alternative, wodurch der Satz im Ganzen falsch ist. Denn es ist dann falsch, dass mindestens eine Alternative gegeben ist.

Solche „oder-Aussagen“ nennt man in der Logik Disjunktionen. Sie heißen deshalb so, weil wir durch sie zwei Aussagen ihrem Wahrheitswert nach genau voneinander trennen. Die Wahrheitstafel dafür sieht wie folgt aus: —

A	V	A
W	W	W
f	W	W
W	W	f
f	f	f

Neben disjunktiven Aussagen gibt es aber auch solche, in denen wir darauf abstellen, dass eine und nur eine Alternative bestehen darf. Das ist z. B. dann der Fall, wenn zwei Aussagen gegensätzliches aussagen, sich aber auf dasselbe beziehen. Nehmen wir z. B. die Aussage:

Alle Menschen sind sterblich oder  
alle Menschen sind nicht sterblich.

Hier liegt uns wieder eine „oder-Aussage“ vor, doch wollen wir durch sie etwas Stärkeres ausdrücken, als bei der Disjunktion zuvor. Kennzeichlich macht man das dadurch, indem man das „oder“ durch ein „entweder“ verstärkt. So wird aus der vorliegenden Disjunktion:

Entweder alle Menschen sind sterblich oder  
alle Menschen sind nicht sterblich.

Eine solche Disjunktion nennt man eine ausschließende Disjunktion oder Kontravalenz. Sie ist dann und nur dann wahr, wenn eine Alternative wahr ist. Für sie gilt folgende Wahrheitstafel:

A	v	A
w	f	w
f	w	w
w	w	f
f	f	f

Wie wir nun sehen, besteht ein Syllogismus nicht zwangsläufig aus ganz einfachen Aussagen. Denn sowohl die Konjunktion, Disjunktion und Kontravalenz können als Prämissen im Schluss vorkommen. So läßt sich z. B. folgender Syllogismus nach dem Beispiel des gelehrten Antoine Arnauld konstruieren:

P1: Wenn alle die Sonne anbeteten und die Sonne ein Ding ohne Empfindung ist oder ein Ding mit Empfindung, dann beteten die Perser ein Ding ohne Empfindung an.

P2: Die Perser beteten die Sonne an.

Also: Die Perser beteten ein Ding ohne Empfindung an.

Hier sehen wir bereits besser, dass Syllogismen im Alltag und der Wissenschaft nichts Fremdes sind, auch wenn er recht geteilt klingt.

Mit dem Wissen, was uns jetzt zur Verfügung steht, läßt sich hinsichtlich eines solchen Syllogismus etwas ganz Neues anstellen. Wir können nämlich nun überprüfen, unter welchen Bedingungen der Syllogismus wahr oder falsch ist. Denn wir kennen die Wahrheitstafeln und bestimmte Arten von Aussagen, sodass wir das erworbene Wissen nun noch anwenden können.

---

<sup>1</sup> Antoine Arnauld, Logik von Port-Royal, [1682], 1972, 195

Um uns die Arbeit zu erleichtern, sollten wir vom Inhalt der Aussage absehen und stattdessen auf Symbole zurückgreifen, die für unsere Aussagen und Operatoren stehen.

Die Operatoren sind die Zeichen, aus denen wir lesen können, ob eine Aussage eine Konjunktion, Disjunktion usw. usf. ist.

Schauen wir uns die erste Prämisse an:

Wir können erkennen, dass es sich hierbei um eine Implikation handelt, die wir als Subjunktion bezeichnen können. Der Antezedens der Subjunktion besteht aber selbst wieder aus zwei Aussagen, die aus dem „und“ und „oder“ ersichtlich sind. Somit ist uns eine Konjunktion und Disjunktion im Antezedens gegeben. Der Konsequenz ist hingegen eine ganz normale Aussage. Dies aber nur zum Schein, denn durch ihn wird zweifelsfrei ausgesagt; nämlich, dass die Person die Sonne antastet und die Sonne ein Ding ohne Empfindung ist. Daher haben wir es im Konsequenz mit einer Konjunktion zu tun.

[2]

Gehen wir den einzelnen Aussagen ein Zeichen; für „alle Personen beten die Sonne an“ ein „p“ und für „die Sonne ist ein Ding mit Empfindung“ ein „s“, so können wir die erste Prämisse wie folgt rekonstruieren:

$$((p \wedge \neg s) \vee s) \rightarrow p \wedge \neg s$$

$\wedge$  steht für die Konjunktion,  $\vee$  steht für die Disjunktion,  $\rightarrow$  steht für die Subjunktion und  $\neg$  ist ein Negationszeichen, welches die Aussage verneint, „(.)“ sind Klammersymbole.

Genau wie bei den Wahrheitstafeln von Konjunktion, Disjunktion usw. lässt sich auch für unsere Prämisse eine Wahrheitstafel aufstellen. Dazu müssen aber die Verhältnisse in der Aussage klar sein. d.h. wir müssen wissen, wo wir anfangen müssen. Für gewöhnlich beginnt man bei dem Aussagentyp, der am stärksten bindet; der also die stärkste Wahrheitsbeziehung aufstellt. Im Grunde ist das immer die Konjunktion. Wären wir den Aussagen der Konjunktion Wahrheitswerte zu, so können wir sehen, wann sie wahr oder falsch ist.

$p \wedge \neg s$	$p$	$s$	$\neg s$	$\wedge$
	w	w	f	f
	w	f	w	w
	f	w	f	f
	f	f	w	f

Die nächst stärkere Bindung weist die Disjunktion auf. Sie muss in Bezug zur Konjunktion gesehen werden, da durch die Konjunktion eine Alternative ausgedrückt ist. Sodann lässt sich folgende Tabelle aufstellen

$\wedge$	$s$	$\vee$
f	w	w
w	f	w
f	w	w
f	f	f

Ganz zum Schluss betrachtet man das Verhältnis von Antezedens und Konsequenz; da wir im Konsequenz dasselbe stehen haben, wie in der Konjunktion im Antezedens, können wir die Tabelle dafür einfach übernehmen

Demnach ergibt sich für die Subjunktion und somit für unsere erste Prämisse folgende Wahrheitstafel: -

$\vee$	$\rightarrow$	$\wedge$
w	f	f
w	w	w
w	f	f
f	w	f

Was können wir nun aus dieser Tabelle sehen? Wir sehen, dass unter allen möglichen ~~Kombinationen~~ <sup>zwei</sup> Kombinationen nur ~~zwei~~ <sup>nur</sup> gegeben ist, in der die Prämisse wahr sein kann.

Nun ist uns aber noch eine zweite Prämisse gegeben.

Betrachten wir diese, so sehen wir, dass sie nun ~~ist~~ aus einer Aussage besteht; nämlich „p“.

Wie wir früher bereits sagten, folgt die Wahrheit der Konklusion in einem Schluss aus der Wahrheit oder Falschheit der Prämissen. Aus der Verbindung beider Prämissen geht also Wahrheit oder Falschheit hervor.

In logischer Hinsicht sind sie folglich als eine Art von Konjunktion miteinander verbunden. Wir können somit die uns bekannten Wahrheitswerte aus der ersten Prämisse mit der ~~zwei~~ zweiten Prämisse in Form einer Konjunktion miteinander verknüpfen.

So kommen wir zu einer Wahrheitstafel, die wie folgt aussieht:

$\rightarrow$	p	$\wedge$
f	w	f
w	w	w
f	f	f
w	f	f

Auch hier zeigt sich, dass nur eine Möglichkeit gegeben ist, beider beide Prämissen zusammen wahr sein können.

Letztlich müssen die Prämissen noch zu der vorliegenden Konklusion betrachtet werden. Allgemeinlich gilt, wenn die Prämissen Wahr sind, so folgt im besten Fall die Wahrheit der Konklusion aus ihnen. Wir haben also eine wenn-dann-Struktur vorliegen. Würden wir daher die Prämissen mit der Konklusion als eine Aussage zusammenfassen, so ergäbe sich eine Subjunktion.

Von der Konklusion wissen wir, dass sie eine Konjunktion ist. Ihre Wahrheitstafel ist uns ebenfalls bekannt, weil wir dieselbe Struktur bereits ganz zum Beginn bestimmt hatten.

Die Wahrheitstafel sah wie folgt aus:

P	S	$\neg S$	$\wedge$
w	w	f	f
w	f	w	w
f	w	f	f
f	f	w	f

Unter welchen Bedingungen sieht die Wahrheitstafel der Prämissen ergeben, wissen wir auch; das haben wir ja bestimmt. Beide Ergebnisse lassen sich nun zusammensetzen und hinsichtlich der Wahrheitsbedingung einer Subjunktion betrachten.

$\wedge$	$\rightarrow$	$\wedge$
f	w	f
w	w	w
f	w	f
f	w	f



Aus dieser Wahrheitstafel können wir nun Erstaunliches entnehmen; denn es hat den Anschein, dass unser Schluss in logischer formaler Hinsicht immer wahr ist. D.h. unter Berücksichtigung jeder möglichen Kombination ist der Schluss zwingend wahr und kann seiner Form nach niemals falsch sein. Sofern wir so etwas bei der Erstellung einer Wahrheitstafel herausbekommen, handelt es sich um ein logisches Gesetz.

Schauen wir uns den Schluss aber genauer an, so können wir durch die Wahrheitstafel des ganzen Schlusses noch etwas entnehmen, was die Schließigkeit des Syllogismus angeht:

P	S	(((P ∧ ¬S) ∨ S) → (P ∧ ¬S) ∧ P) → (P ∧ ¬S)										
w	w	w	t	t	w	w	t	t	t	w	w	t
w	f	w	w	w	w	t	⊗	w	⊗	w	w	w
t	w	f	t	t	w	w	t	t	t	t	w	t
t	f	t	t	w	w	t	⊗	t	t	t	w	t
		1	3	2	5	4	7	6	9	8	X	10

Gültig ist er in jedem Fall, für die Schließigkeit müssen die Prämissen wahr sein und die Konklusion. Schauen wir auf die erste Prämisse, so sind zwei Fälle gegeben, in denen sie wahr sein kann. (über der 7 eingetrag). Zusammen mit der zweiten Prämisse ist aber nur noch eine Variante gegeben, wobei der das Kriterium für die ~~Gültigkeit des Schlusses~~ Schließigkeit gegeben sein kann. (über der 9 eingetrag). Insofern sehen wir hinsichtlich des Schlusses, dass nur eine Möglichkeit gegeben sein kann, in der der Syllogismus schließig ist. Nämlich dann, wenn „p“ wahr ist und „s“ falsch. Aufg.